مراجعات مبحث / الرياضيات (الفرع العلمي) **إعداد المدرس/ سليم عبد الرملاوي (مدرسة فلسطين الثانوية للبنين)**

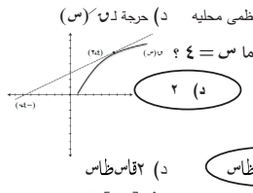
نموذج امتحان الكتاب الأول

ملاحظة : عدد الأسئلة سبعة وعلى المشترك الإجابة عن خمسة فقط على أن يكون الأول إجباري

السؤال الأول / يتكون من 10 فقرات اختيار من متعدد

١. إذا كان ن(س) اقتران كثير حدود له نقطة حرجة عند س = ب ، ب ≠ ٠ وكانت ن´(س) = ٣ب٢ − س٢
فماذا تمثل النقطة (ب، ن(ب)) ؟
أ) نقطة انعطاف **ب) نقطة صغرى محليه** ج) نقطة عظمى محليه د) حرجة لـ ن´(س)

٢. في الشكل المجاور لـ ن(س) وكانت ص = ن٢(س) + س جد $\frac{د ص}{د س}$ عندما س = ٤ ؟
أ) −١ ب) −٤ ج) ١ **د) ٢**



٣. ص = لـو$_{هـ}$(١ − ع٢) ، ع = جاس فما قيمة $\frac{د ص}{د س}$ ؟
أ) ٢ظاس ب) −٢ظاس **ج) −٢قاسظاس** د) ٢قاسظاس

٤. ما مجموعة قيم جـ التي تحددها نظرية القيمة المتوسطة علي الاقتران ن(س) = ٤س + ٣ في [٤،٥] ؟
أ) ∅ ب) {٤} **ج)]٤،٥[** د) [٤،٥]

٥. إذا كان ص = س − لـو$_{هـ}$ س فإن الفترة التي يكون فيها ن(س) متناقصاً ومقعراً للأعلى معاً هي ؟
أ) س > −١، س < ١ ب)]−١،١[ج)]١،∞[**د)]١،٥[**

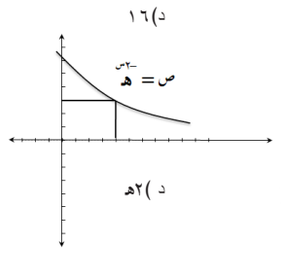
٦. يتحرك جسم حسب العلاقة ع٢(ن) = ٦ − $\frac{أ}{ف(ن)}$ إذا علمت أن تسارع الجسم يساوي ٩م/ث٢ في اللحظة التي تنعدم السرعة فما قيمة أ ؟
أ) −٢ **ب) ٢** ج) ٣ د) ١٨

٧. إذا كان ن(س) = أظا(س) + ٦ وكان المماس له عند س = $\frac{\pi}{٤}$ يعامد المستقيم الذي ميله -٢ فإن قيمة الثابت أ ؟
أ) $\frac{١}{٤}$ ب) −١ ج) ٤ د) ١

٨. إذا كان (س٢ + ص٢) = (س − ص)٢ فإن معادلة المماس عند النقطة (−١،١) هي ؟
أ) س + ص = ٠ ب) ٢ص + س = −١ ج) ص = ٢س − ٣ **د) ص = س + ٢**

٩. (ن ○ هـ)´(٣) = ٨ ، ن´(هـ(٣)) = ٢ فإن هـ´(٣) = ؟
أ) ٢ **ب) ٤** ج) ٨ د) ١٦

١٠. مساحة أكبر مستطيل في الشكل المجاور بالوحدات المربعة ؟



أ) $\frac{١}{٢هـ}$ ب) $\frac{١}{هـ٢}$ ج) $\frac{٢}{هـ}$ د) ٢هـ

السؤال الثاني :-

أ- إذا كان متوسط تغير هـ(س) في [١،٥] يساوي ٣ ومتوسط تغير هـ(س) في [١،٥] يساوي ٢ وكان هـ(س) = س · هـ(س) فجد هـ(١) .

$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(١)}{٤} = ٣$

$\frac{ن(٥)}{٥} - \frac{ن(١)}{١} = ٨$ بالضرب في ٥

$ن(٥) - ن(١) = ١٢ \leftarrow ١$

$ن(٥) - ن(١) = ٤٠ \leftarrow ٢$ بالطرح ١ من ٢

$هـ(س) = \frac{ن(س)}{س}$

$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س} = \frac{هـ(٥) - هـ(١)}{٤} = ٢$

$ن(٤) - ن(١) = ٢٨$

$هـ(٥) - هـ(١) = ٨$

$ن(١) = -٧$

ب- $ص = س^{٢}$ لـو$_{هـ}$ س أثبت أن $\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} - \frac{٢ص}{س^{٢}} = ٣$.

$\frac{د ص}{د س} = س^{٢} \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س \times ٢س$

$\frac{د ص}{د س} = س + ٢س لـو_{هـ} س$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ١ + ٢س \times \frac{١}{س} + لـو_{هـ} س \times ٢$

$\frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} = ٣ + ٢ لـو_{هـ} س$

من المعادلة الاصلية

$لـو_{هـ} س = \frac{ص}{س^{٢}} \therefore \leftarrow \frac{د^{٢} ص}{د س^{٢}} - ٢\frac{ص}{س^{٢}} = ٣$

ج- اذا كان هـ، ك تحقق كل فما شروط رول في [أ، ب] وكان ه(س) = (هـ × ك)(س) هل ه(س) تحقق رول في [أ، ب] .

السؤال الرابع :-

أ- إذا كان المستقيم ٨س − ٤ص − ٤ = ٠ مماساً لمنحني هـ(س) عند (٣،٥) وكان المستقيم ٣س − ٦ص + ١٥ = ٠ عمودياً على منحنى ل(س) عند (٣،٤) جد (هـ.ل)´(٣).

٨س − ٤ص − ٤ = ٠

هـ(٣) = ٥

$م = \frac{-٨}{-٤} = ٢$

هـ´(٣) = ٢

(هـ.ل)´(٣) = هـ(٣) × ل´(٣) + ل(٣) × هـ´(٣)

= ٥ × −٢ + ٤ × ٢

= −١٠ + ٨ = −٢

٣س − ٦ص + ١٥ = ٠

ل(٣) = ٤

$م_{عمودي} = \frac{-٣}{-٦} = \frac{١}{٢}$

ل´(٣) = −٢

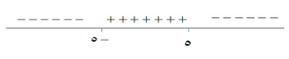
ب- من قمة برج يرتفع عن سطح الارض ٢٥٠ أطلق جسم رأسياً للأعلى فكانت إزاحته ف بالأمتار عن قمة البرج بعد ن ثانية تعطي بالقاعدة ف = ٥ ن٢ − ٨٥ن جد :

١. سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٣٠ متراً من سطح الأرض والمسافة التي قطعها عندئذ

١. عندما يكون الجسم علي ارتفاع ٣٠ متراً من سطح الأرض
بعده عن نقطة القذف = ٢٠
−٢٠ = ٥ن٢ − ٨٥ن
٥ن٢ − ٨٥ن + ٢٠ = ٠ ÷ ٥
ن٢ − ١٧ن + ٤ = ٠
(ن − ٤)(ن − ١) = ٠
ن = ٤ ، ن = ١ مرفوض
ع = ١٥ − ٤٠ = −٢٥ م/ث
لإيجاد المسافة التي قطعها لا بد من إيجاد أقصي ارتفاع ولذلك نضع ع = ٠
٠ = ١٥ − ١٠ن
ن = ١.٥
ف = ١٥ × ١.٥ − ٥ × (١.٥)٢ = ١١.٢٥
∴ المساحة المقطوعة = ١١.٢٥ + ١١.٢٥ + ٢٠ = ٤٢.٥ م

أ- اوجد فترات التزايد والتناقص للاقتران هـ(س) = ٢٥ − س٢ القيم القصوى المحلية .

٢٥ − س٢ = ٠ ⟸ س = ±٥



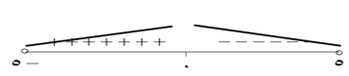
هـ(س) متصل على [−٥،٥]

$هـ´(س) = \frac{-٢س}{٢\sqrt{٢٥ - س}}$

$هـ´(س) = \frac{-س}{\sqrt{٢٥ - س^{٢}}}$

−س = ٠ ٢٥ − س٢ = ٠

س = ٠ س = ±٥



هـ(س) متزايد على [−٥، ٠]
هـ(س) متناقص على [٠، ٥]

القيمة العظمى المحلية
هـ(٠) = ٢٥ − ٠ = ٥

القيمة الصغرى المحلية
هـ(٥) = ٠
هـ(−٥) = ٠

ب- إذا كان هـ(س) كثير حدود وكان هـ(س) + هـ´(س) = ٢س٣ − ٣س أوجد هـ´(١)

هـ(س) = أس٣ + بس٢ + جس + ء

هـ´(س) = ٣أس٢ + ٢بس + جـ

هـ´´(س) = ٦أس + ٢ب

هـ(س) + هـ´(س) = أس٣ + بس٢ + جس + ء + ٣أس٢ + ٢بس + جـ

= أس٣ + بس٢ + (جـ + ٦أ)س + ء + ٢ب

∴ أ = ٢ ، ب = ٠ ، جـ + ٦أ = ٠ ، ء + ٢ب + ٣جـ = ٠

جـ + ١٢ = ٠ ، ء = ٣٦

∴ ن(س) = ٢س٣ − ١٥س

ن´(س) = ٦س٢ − ١٥

ن´(١) = ٦ × ١ − ١٥ = −٩

ج- هـ(س) = قاس + ظاس أثبت أن هـ´(س) = قاس.(هـ(س))٢ .

هـ´(س) = قاس ظاس + قا٢س

هـ´´(س) = قاس × قا٢س + ظاس × قاس ظاس + ٢ قاس قاس ظاس

هـ´´(س) = قا٣س + قاس ظا٢س + ٢ قا٢س ظاس

هـ´´(س) = قاس (قا٢س + ٢ قاس ظاس + ظا٢س)

هـ´´(س) = قاس (قاس + ظاس)٢

هـ´´(س) = قاس × هـ٢(س)

ج- هـ(س) = جاس + جتاس ، س ∈ $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$ أثبت ان هـ(س) متزايد ومن ذلك أثبت أن جاس + جتاس ≤ ١ في تلك الفترة .

هـ(س) متصل على $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$

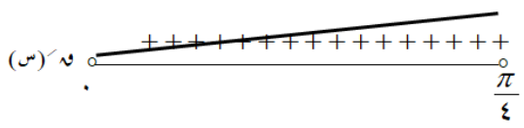
هـ´(س) = جتاس − جاس

جتاس − جاس = ٠

جتاس = جاس

ظاس = ١

س = $\frac{\pi}{٤}$ ✗



هـ(س) متزايد على $\left[٠، \frac{\pi}{٤}\right]$

هـ(٠) = جا٠ + جتا٠ = ١

هـ(س) ≤ ١

جاس + جتاس ≤ ١

جامعة فلسطين
UNIVERSITY OF PALESTINE
تعليم أفضل ... مستقبل واعد
www.up.edu.ps /upedups
up.edu.ps /upedups

السؤال الخامس :

أ- إذا كان $\text{ه}(س)=٢+\text{جتا}^{٢}س-\text{جتا}٢س$ ، $س\in\left[٠،\frac{\pi}{٢}\right]$

١. فترات التقعر و نقط الانعطاف

$\text{ه}(س)$ متصل على $\left[٠،\frac{\pi}{٢}\right]$

$\text{ه}'(س)=٢\text{جتا}س\times-\text{جا}س+٢\text{جا}٢س$

$\text{ه}'(س)=-٢\text{جا}س\text{جتا}س+٢\text{جا}٢س$

$\text{ه}'(س)=-\text{جا}٢س+٢\text{جا}٢س$

$\text{ه}'(س)=\text{جا}٢س$

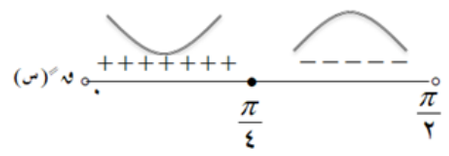
$\text{ه}''(س)=٢\text{جتا}٢س$

$٢\text{جتا}٢س=٠$

$\text{جتا}٢س=٠$

$٢س=\frac{\pi}{٢}$ ، $٢س=\frac{٣\pi}{٢}$

$س=\frac{\pi}{٤}$ ، ✗



$\text{ه}(س)$ مقعر للأعلى $\left]٠،\frac{\pi}{٤}\right[$

$\text{ه}(س)$ مقعر للأسفل $\left]\frac{\pi}{٤}،\frac{\pi}{٢}\right[$

نقط الانعطاف

$\text{ه}\left(\frac{\pi}{٤}\right)=\frac{١}{٢}+٢=٢.٥$ $\left(\frac{\pi}{٤}،٢.٥\right)$

ب- $\text{هـ}(س)=\frac{أ}{س}$ ، $\text{ه}(س)=س^{٣}$ وكان $(\text{ه}\circ\text{هـ})'(٣)=-\frac{٨}{٢٧}$ أوجد أ

$\text{هـ}'(س)=\frac{-أ}{س^{٢}}$ $\text{ه}'(س)=٣س^{٢}$

$(\text{ه}\circ\text{هـ})'(٣)=\text{ه}'(\text{هـ}(٣))\times\text{هـ}'(٣)$

$-\frac{٨}{٢٧}=\frac{-أ^{٢}}{٩}\times٣=-\frac{٨}{٢٧}$

$-\frac{٨}{١٧}=\frac{-أ^{٢}}{٩}\times\frac{أ^{٢}}{٣}$

$\frac{-٨}{٢٧}=\frac{-أ^{٣}}{٢٧}\Leftarrow أ=٢$

ج- إذا كان $\text{ه}(٢س^{-٢}-١)=\sqrt[٣]{(س+٦)^{٤}}$ ، $س>٠$ أحسب $\lim_{س\to٠^{+}}\frac{\text{ه}(٧)-\text{ه}(٧+\text{هـ})}{٦\text{هـ}}$.

$\text{ه}(٢س^{-٢}-١)=(س+٦)^{\frac{٤}{٣}}$

$\text{ه}'(٢س^{-٢}-١)\times٤س=\frac{٤}{٣}(س+٦)^{\frac{١}{٣}}$

$٢س^{-٢}-١=٧$

$٢س^{-٢}=٨\Leftarrow س^{-٢}=٤\Leftarrow س=٢،س=-٢$ مرفوضة

$\text{ن}'(٢)=\frac{٤}{٣}(٢+٦)^{\frac{١}{٣}}\times٤\times(٢-١)=٢$

$\text{ه}'(٧)=٢\times\frac{١}{٣}=٢$

$\text{ه}'(٧)=\frac{١}{٣}$

$\therefore \lim_{س\to٠}\frac{\text{ه}(٧)-\text{ه}(٧+\text{هـ})}{٦\text{هـ}}=\frac{١}{٦}\times\text{ه}'(٧)=\frac{١}{٦}\times\frac{١}{٣}=\frac{١}{١٨}$

السؤال السادس :

أ- إذا كان $\text{ن}(س)=س\times\text{ل}'(٢س)$ وكانت $ص=\frac{٤٨-س}{٥}$ تمثل معادلة العمودي علي المماس لمنحنى $\text{ه}(س)$ عند $س=٣$ حيث $\text{ل}''(٦)=-\frac{١}{٥}$.

$\text{ل}'(٢س)=\frac{\text{ه}(س)}{س}$ (نشتق)

$\text{ل}''(٢س)\times٢=\frac{س\times\text{ه}'(س)-\text{ه}(س)\times١}{س^{٢}}$

$٢س=٦\Leftarrow س=٣$

$\text{ل}''(٦)\times٢=\frac{٣\times\text{ه}'(٣)-\text{ه}(٣)}{٩}$

$\text{ن}'(٣)=\frac{٤٨-٣}{٥}=\frac{٤٥}{٥}=٩$

$\text{ه}(٣)=٩$

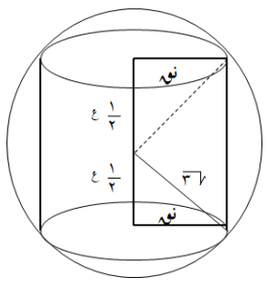
$٥ص=٤٨-س$

$٥ص+س-٤٨=٠$

$م(\text{عمودي})=\frac{-١}{٥}\Leftarrow\text{ه}'(٣)=٥$

$\text{ل}''(٦)=\frac{٩-٥\times٣}{٢\times٩}=\frac{٦}{٢\times٩}=\frac{١}{٣}$

ب- أوجد حجم اكبر اسطوانة دائرية قائمة يمكن رسمها داخل كرة نصف قطرها $\sqrt{٣}$ سم .



حجم الاسطوانة $=\pi\text{نق}^{٢}\text{ع}$ ← ١

من فيثاغورث

$٣=\text{نق}^{٢}+\frac{١}{٤}\text{ع}^{٢}$

$\text{نق}^{٢}=٣-\frac{١}{٤}\text{ع}^{٢}$ ← ٢

بالتعويض في ١

$ح=\pi\left(٣-\frac{١}{٤}\text{ع}^{٢}\right)\text{ع}$

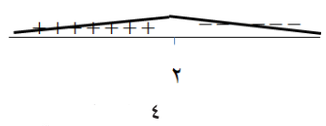
$ح=\pi\left(٣\text{ع}-\frac{١}{٤}\text{ع}^{٣}\right)$

$ح'=\pi\left(٣-\frac{٣}{٤}\text{ع}^{٢}\right)=٠$ ÷ π

$٣-\frac{٣}{٤}\text{ع}^{٢}=٠$

$٣=\frac{٣}{٤}\text{ع}^{٢}$

$\text{ع}^{٢}=٤\Leftarrow$ <u>ع = ٢</u> بالتعويض في ٢ $\text{نق}^{٢}=٢$



$\text{ع}=٤$

$ح=\pi\times٢\times٢=\pi٤$ سم^{٣}

ج- يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة $\text{ع}^{٣}+\frac{١٢}{ف}=٣٩$ احسب التسارع عندما ف = ١ حيث ف، ع المسافة والسرعة على الترتيب .

$\text{ع}^{٣}+\frac{١٢}{ف}=٣٩$

$٣\text{ع}^{٢}\text{ع}'-\frac{١٢\times ف'}{ف^{٢}}=٠$

$٣\text{ع}^{٢}\text{ت}-\frac{١٢\text{ع}}{ف^{٢}}=٠$

$٣\times٩\times\text{ت}-\frac{١٢\times٣}{١}=٠$

$\text{ت}=\frac{٤}{٣}$

$\text{ع}^{٣}+\frac{١٢}{١}=٣٩$

$\text{ع}^{٣}=٢٧$

$\text{ع}=٣$

السؤال السابع :

أ- $س=\text{جا}هـ$ ، $ص=\text{جتا}هـ$ اثبت ان $ص\frac{\text{د}^{٢}ص}{\text{د}س^{٢}}+\left(\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}\right)^{٢}=-١$

بتربيع الطرفين

$س^{٢}=\text{جا}^{٢}هـ$ $ص^{٢}=\text{جتا}^{٢}هـ$

$س^{٢}+ص^{٢}=١$

$٢س+٢ص\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}=٠$ ÷ ٢

$س+ص\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}=٠$ نشتقه مرة اخرى

$١+ص\frac{\text{د}^{٢}ص}{\text{د}س^{٢}}+\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}\times\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}=٠$

$ص\frac{\text{د}^{٢}ص}{\text{د}س^{٢}}+\left(\frac{\text{د}ص}{\text{د}س}\right)^{٢}=-١$

ب- $\text{ه}(س)=\begin{cases}أس^{٢}+٢س & ٠\geq س\geq٢\\ س^{٣}-بس+١٢ & ٢>س\geq٣\end{cases}$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة في $[٣،٠]$ اوجد أ،ب ثم عين ج

∴ $\text{ه}(س)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة

∴ $\text{ه}(س)$ متصل عند $س=٢$

∴ $\lim_{س\to٢^{+}}$ نهـا $س^{٣}-بس+١٢=\lim_{س\to٢^{-}}$ نهـا $أس^{٢}+٢س$

$٨-٢ب+١٢=٤أ+٨$

$٤أ+٢ب=١٦$ ÷ ٢

$٢أ+ب=٨$ ← ١

$\text{ه}'(س)=\begin{cases}٢أس+٢ & ٠>س\geq٢\\ ٣س^{٢}-ب & ٢>س>٣\end{cases}$

$\text{ه}'(٢)^{+}=\text{ه}'(٢)^{-}$

$١٢-ب=٤أ+٢$

$٤أ+ب=١٠$ ← ٢

$٢أ+ب=٨$ ← ١

$٢أ=٢$

$أ=١$

نموذج امتحان الكتاب الثاني

ملاحظة/ عدد الأسئلة سبعة وعلى المشترك الإجابة عن خمسة فقط على أن يكون السؤال الأول اجباري

السؤال الأول : يتكون من 10 فقرات اختيار من متعدد

١. إذا كان $أ\times ب=\begin{bmatrix}١&٠\\-١&٣\\٥&-٤\end{bmatrix}$، $ج\times أ=\begin{bmatrix}٣&١\\-٤&-١\end{bmatrix}$، $|أ|\neq٠$ فإن $ب+ج=$ ؟

أ) $\text{ك}_{٢}$ ب) $\text{و}_{٢}$ ج) أ د) $أ^{-١}$

٢. إذا كانت $\sigma=\{-٢،١،٠،٢،٣\}$ تجزئة للفترة $[-٢،٣]$ وكان $\text{ن}(س)=أس^{٢}-٢$ ، $\text{ك}(\text{ن},\sigma)=٣٠$ حيث $س^{*}_{ر}=س_{ر-١}$ أوجد؟

أ) ٤ ب) $\frac{٨}{٣}$ ج) $\frac{٢١}{٥}$ د) ٢

٣. إذا كان $\text{ل}_{س}^{\overline{س}}\text{ن}.\text{ي}س=س^{٢}\text{ل}_{س}^{\sqrt{س}}\text{ن}.\text{ي}س$ فما قيمة $\text{ع}_{\text{ي}}\text{ن}$؟

أ) $س.\text{ي}س$ ب) $\frac{١}{٢}س.\text{ي}س^{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}س.\text{ي}س$ د) $س^{٢}.\text{ي}س$

٤. $\text{ل}_{س}^{\text{ظاس}}\text{هـ}\,\text{ي}س$ ؟

أ) $\text{قاس}+ج$ ب) $-٢\text{ل}_{س}^{|\text{جاس}|}$ ج) $\text{ظاس}-س+ج$ د) $٢\text{ل}_{س}^{|\text{جاس}|}+ج$

٥. عند حل النظام باستخدام كريمر وجد أن $|٢أس|=|٤|$، $|أص|=\frac{١}{٤}$ فإن س،ص علي الترتيب ؟

أ) $٤،-٤$ ب) $٤،٤$ ج) $٢،١٦$ د) $-٢،-٦$

٦. إذا كان $\text{ك}(س)،\text{هـ}(س)$ اقترانين أصليين للاقتران $\text{ن}(س)$ وكان $\int_{١}^{٥}\frac{س}{\text{ك}(س)-\text{هـ}(س)}\text{ي}س=٢$ فما قيمة $\text{ك}(١)-\text{هـ}(١)$ ؟

أ) -٦ ب) -٢ ج) ٢ د) ٦

٧. إذا كان $\begin{vmatrix}أ&ب\\ج&٥\end{vmatrix}=٥$ فإن $\begin{vmatrix}٥ب&أ٥\\٢٥&٢ج\end{vmatrix}=$ ؟

أ) -١٠ ب) ١٠ ج) ٥٠ د) -٥٠

٨. إذا كان $ص=س^{-١}$، $|ص|=٣$ فإن قيمة $|س ص^{٢}|$ هي ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٦

٩. إذا كان $\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\text{ظاس}}\text{هـ}.\text{ي}س=ك-\int_{\frac{\pi}{٤}}^{\text{ظاس}}\text{ظا}^{٢}س\,\text{هـ}.\text{ي}س$ فما قيمة ك ؟

أ) $\frac{١}{\text{هـ}}$ ب) هـ ج) $١-\text{هـ}$ د) $\text{هـ}-١$

١٠. $\int_{١}^{٤}\left[\frac{١}{٣}س+٢\right].\text{ي}س$ ؟

أ) ٦ ب) ٧ ج) ٨.٥ د) ٩

بالتعويض في ١

$٢+ب=٨\Leftarrow ب=٦$

$\text{ه}'(ج)=\frac{\text{ه}(٣)-\text{ه}(٠)}{٣}$

$\text{ن}'(ج)=\frac{(٢٧-٦\times٣+١٢)-(٠+٠)}{٣}$

$\text{ه}'(ج)=\frac{٢١}{٣}$

$\text{ه}'(ج)=٧$

$٢أج+٢=٧$

$٢ج+٢=٧$

$٢ج=٥$

ج $=٢.٥$ ∉ $]٢،٠[$

$٣ج^{٢}-ب=٧$

$٣ج^{٢}-٦=٧$

$٣ج^{٢}=١٣$

$ج^{٢}=\frac{١٣}{٣}$

ج $=\pm\sqrt{\frac{١٣}{٣}}$ ∈ $]٣،٢[$

ج $=-\sqrt{\frac{١٣}{٣}}\times$

ج) $\text{ن}'(س)=٣أس^{٢}+٢ب$

$\text{ن}''(س)=٦أس+٢ب$

$\text{ن}''(١)=٦أ+٢ب=٠$

$ب=-١٣$

$\text{ه}(س)=أس^{٣}-١٣س^{٢}+٦$

$\text{ن}'(س)=٣أس^{٢}-٦س$

$٣أس^{٢}-٦=٠$ بالقسمة ٣أ

$س^{٢}-٢س=٠$

$س=٠$ ، $س=٢$

$\text{ن}(٢)=-٢$

$\text{ن}(٢)=-٨أ+٦=-٢$

$-١٤أ=-٨\Leftarrow أ=٢$

$\therefore ب=-٣\times٢=-٦$

السؤال الثاني :

أ- إذا كان $\text{ن}(س)=\begin{cases}أس^{٢}+ب & س<١\\ ٣س+٢ & س\geq١\end{cases}$ قابل للاشتقاق عند $س=١$ أوجد قيمة أ،ب ثم أوجد $\text{ن}'(٢)$

$\text{ن}(١^{+})=\text{ن}(١^{-})$

$أ+ب=٥$

$\text{ن}'(١^{+})=\text{ن}'(١^{-})$

$٢أ=٣$

$أ=\frac{٣}{٢}$

$ب=٥-\frac{٣}{٢}=\frac{٧}{٢}$

$\text{ن}'(٢)=٣$

ب- $\text{ه}(س)=\begin{cases}\frac{\text{جا}(س-٢)}{س-٢} & س<٢\\ أ & س=٢\\ \frac{\text{ظا}(س-٢)}{س^{٢}-٤} & س>٢\end{cases}$ متصل عند $س=٢$ أوجد قيمة أ

$\lim_{س\to٢^{+}}\frac{\text{ظا}(س-٢)}{(س-٢)(س+٢)}=\lim_{س\to٢^{-}}\frac{\text{جا}(س-٢)}{س-٢}=أ$

$\frac{١}{٤}=أ$

ج- $\text{ه}(س)=\begin{cases}\frac{\text{جا}(س-٢)}{س-٢} & س<٢\\ \frac{١}{٤} & س=٢\\ \frac{\text{ظا}(س-٢)}{س^{٢}-٤} & س>٢\end{cases}$ أوجد $\text{ه}'(٢)$

$\text{ه}'(٢^{+})=\lim_{س\to٢^{+}}\frac{\text{ظا}(س-٢)-\frac{١}{٤}(س^{٢}-٤)}{(س-٢)^{٢}}$

$=\lim_{س\to٢^{+}}\frac{\text{ظا}(س-٢)-\frac{١}{٤}(س-٢)(س+٢)}{(س-٢)^{٢}}$

$=\lim_{س\to٢^{+}}\frac{\text{ظا}(س-٢)}{(س-٢)}-\frac{١}{٤}\lim_{س\to٢^{+}}\frac{(س+٢)}{(س-٢)}$

$=\lim_{س\to٢^{+}}\frac{\text{ظا}(س-٢)}{(س-٢)}-\frac{١}{٤}\lim_{س\to٢^{+}}\frac{(س+٢)}{١}$

$=١-\frac{١}{٤}\times٤=٠$

$\text{ه}'(٢^{-})=\lim_{س\to٢^{-}}\frac{\frac{\text{جا}(س-٢)}{س-٢}-\frac{١}{٤}}{(س-٢)}$

$=\lim_{س\to٢^{-}}\frac{\text{جا}(س-٢)-\frac{١}{٤}(س-٢)}{(س-٢)^{٢}}$

$=\lim_{س\to٢^{-}}\frac{\text{جا}(س-٢)}{(س-٢)}-\frac{١}{٤}\lim_{س\to٢^{-}}\frac{(س-٢)}{(س-٢)^{٢}}$

$=\lim_{س\to٢^{-}}\frac{\text{جا}(س-٢)}{(س-٢)}-\frac{١}{٤}\lim_{س\to٢^{-}}\frac{١}{(س-٢)}$

$=١-\frac{١}{٤}\times\infty=-\infty$

$\therefore \text{ه}'(٢)$ غير موجودة

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE
تعليم أفضل ... مستقبل واعد
www.up.edu.ps /upedups
up.edu.ps /upedups

السؤال الثاني :

أ- إذا كان $ق(س)>٠$ ، $س\in\left[٠،\frac{\pi}{٤}\right]$ وكان $ن'(س)ظاس-٢ن(س)ق^{٢}س=٠$ بحيث $ن\left(\frac{\pi}{٤}\right)=١$ جد $ن\left(\frac{\pi}{٣}\right)$.

$$ن'(س)ظاس=٢ن(س)ق^{٢}س$$
$$\frac{ن'(س)}{ن(س)}=\frac{٢ق^{٢}س}{ظاس}$$
$$لـو|ن(س)|=٢لـو|ظاس|+جـ$$
$$لـو_{هـ}ن\left(\frac{\pi}{٤}\right)=٢لـو_{هـ}ظا\frac{\pi}{٤}+جـ$$
$$٠=٠+جـ\Leftarrow جـ=٠$$
$$لـو_{هـ}|ن(س)|=لـو_{هـ}ظا^{٢}س$$
$$ن(س)=ظا^{٢}س$$
$$ن\left(\frac{\pi}{٣}\right)=ظا^{٢}\frac{\pi}{٣}=٣$$

ب- قذف جسم رأسياً للأعلى من قمة برج بسرعة ابتدائية مقدارها ٣٠ م/ث وبتسارع ثابت مقداره -١٠ م/ث^{٢} أوجد سرعة الجسم عندما يكون قطع مقداره ١٢٥ م.

$$ت=-١٠$$
$$ع=-١٠ن+جـ_{١}$$
$$٣٠=٠+جـ_{١}$$
$$ع=-١٠ن+٣٠$$
$$ف=\int(-١٠ن+٣٠)دن$$
$$ف=-٥ن^{٢}+٣٠ن+جـ_{٢}$$
$$ف=-٥ن^{٢}+٣٠ن$$
إيجاد أقصى ارتفاع $ع=٠$
$$-١٠ن+٣٠=٠$$
$$ن=٣$$
$$ف(٣)=-٥\times٩+٣٠\times٣$$
$$=-٤٥+٩٠=٤٥م$$
$$\because ١٢٥>٤٥ \therefore \text{الجسم هابط}$$
$$١٢٥=٢\times٤٥-\left(-٥ن^{٢}+٣٠ن\right)$$
$$١٢٥=٩٠-٥ن^{٢}-٣٠ن$$
$$٥ن^{٢}+٣٠ن-٣٥=٠ \text{ بالقسمة علي } ٥$$
$$ن^{٢}+٦ن-٧=٠$$
$$(ن-٧)(ن+١)=٠$$
$$ن=٧ \quad \cancel{ن=-١}$$
$$ع(٧)=-٧٠+٣٠=-٤٠م/ث$$

ج- حل المعادلة المصفوفية $\begin{bmatrix}١ & \frac{١}{٢}\\ ١ & ٤\end{bmatrix}\times٤س-س=\begin{bmatrix}٦\\ ٤\end{bmatrix}$.

$$\left(\begin{bmatrix}٢ & ٤\\ ١٦ & ٤\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٠ & ١\\ ١ & ٠\end{bmatrix}\right)س=\begin{bmatrix}٦\\ ٤\end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix}٤ & ١\\ ١٥ & ٤\end{bmatrix}س=\begin{bmatrix}٦\\ ٤\end{bmatrix}$$
$$س=\frac{١}{١٦-١٥}\begin{bmatrix}١٥ & -٤\\ -١ & ٤\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٦\\ ٤\end{bmatrix}$$
$$س=\begin{bmatrix}-٧٤\\ ٢٠\end{bmatrix}$$

السؤال الثالث:

أ- $ت(س)=\begin{cases}س^{٣}+٨ & ا\geq س<٢\\ بس^{٢}+جـ & ٢\geq س\leq ٥\end{cases}$

١. جد ا،ب،جـ التي تجعل ت(س) هو الاقتران الكامل لـ ن(س) المتصل .

٢. جد $\int_{ا}^{٥}(ن(س)+٤)دس$.

$$ت(ا)=٠$$
$$ا^{٣}+٨=٠\Leftarrow ا=-٢$$
ت(س) متصل عند س = ٢
$$نهـــات_{س\to٢^{+}}(س)=نهـــات_{س\to٢^{-}}(س)$$
$$٤ب+جـ=١٦ \quad \leftarrow ١$$
$$ت'(س)=ن(س)$$
$$ن(س)=\begin{cases}٣س^{٢} & ا<س<٢\\ ٢بس & ٢\geq س<٥\end{cases}$$
$$ن(٢^{+})=ن(٢^{-})$$
$$٤ب=٣\times٤\Leftarrow ب=٣$$
بالتعويض في (١) $١٢+جـ=١٦\Leftarrow جـ=٤$
$$\therefore \int_{-٢}^{٢}ن(س)دس+\int_{٢}^{٥}٤دس$$
$$ت(٥)-ت(-٢)+٢٨$$
$$٣\times٢٥+٤+٢٨$$
$$٧٥+٤+٢٨=١٠٧$$

ب- جد $\int\frac{قاس ظاس}{٨-ظا^{٢}س}دس$.

$$\int\frac{قاس ظاس}{٨-(ق^{٢}س-١)}دس$$
$$\int\frac{قاس ظاس}{٩-ق^{٢}س}دس$$
ص=قاس
$$دص=قاس ظاس دس$$
$$دس=\frac{دص}{قاس ظاس}$$
$$\int\frac{قاس ظاس}{٩-ص^{٢}}\times\frac{دص}{قاس ظاس}$$
$$\frac{١}{(٣-ص)(٣+ص)}=\frac{ا}{٣-ص}+\frac{ب}{٣+ص}$$
$$ا=\frac{١}{٦} \quad ، \quad ب=\frac{١}{٦}$$
$$\int\frac{١}{٩-ص^{٢}}دص=\int\frac{\frac{١}{٦}}{٣-ص}دص+\int\frac{\frac{١}{٦}}{٣+ص}دص$$
$$=\frac{-١}{٦}لـو|٣-ص|+\frac{١}{٦}لـو|٣+ص|+جـ$$
$$=\frac{-١}{٦}لـو|٣-قاس|+\frac{١}{٦}لـو|٣+قاس|+جـ$$

ج- بدون فك الحدد أثبت أن $\begin{vmatrix}س & ا & ا\\ ا & س & ا\\ ا & ا & س\end{vmatrix}=(س+٢)(س-ا)^{٢}$.

$$(ع_{٣}+ع_{٢})+ع_{١}$$
$$\begin{vmatrix}س+٣ا & ا & ا\\ س+٣ا & س & ا\\ س+٣ا & ا & س\end{vmatrix}$$
$$(س+٣ا)\begin{vmatrix}١ & ا & ا\\ ١ & س & ا\\ ١ & ا & س\end{vmatrix}$$
$$-ص_{١}+ص_{٢}-ص_{١}+ص_{٣}$$
$$(س+٣ا)\begin{vmatrix}١ & ا & ا\\ ٠ & س-ا & ٠\\ ٠ & ٠ & س-ا\end{vmatrix}$$
$$(س+٣ا)(س-ا)^{٢}$$

السؤال الرابع:

أ- إذا كانت ا،ب،س مصفوفات ثنائية غير منفردة بحيث $(اس^{-١})^{-١}-ا^{-١}ب=٢ب$،

$ب.ا=\begin{bmatrix}٣ & -١\\ -٥ & ٢\end{bmatrix}$ جد المصفوفة س.

$$س ا^{-١}-ا^{-١}ب=٢ب$$
$$(س-ا^{-١})ا^{-١}=٢ب$$
$$(س-ا^{-١})=٢ب$$
$$س=\begin{bmatrix}٦ & -٢\\ ٤ & -١٠\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}٣ & ٠\\ ٠ & ٣\end{bmatrix}$$
$$س=\begin{bmatrix}٩ & -٢\\ ١٠- & ٧\end{bmatrix}$$

ب- $ن(س)=\frac{ه^{٢س+١}-ه^{س}\times ن'(س)}{ه^{س}}$ ، $ن(٠)=ه$ جد $ن(١)$.

$$ن(س)ه^{س}\times ه^{س}+ن'(س)\times ه^{س}=ه^{٢س+١}$$
$$\int\left(ن(س)\times ه^{س}\right)'دس=\int ه^{٢س+١}دس$$
$$ن(س)\times ه^{س}=\frac{١}{٢}ه^{٢س+١}+جـ$$
$$ن(٠)ه^{٠}=\frac{١}{٢}ه^{١}+جـ$$
$$ه=\frac{١}{٢}ه+جـ$$
$$جـ=ه-\frac{١}{٢}ه$$
$$ن(س)=\frac{\frac{١}{٢}ه^{٢س+١}+ه+\frac{١}{٢}ه}{ه^{س}}\Leftarrow ن(١)=\frac{\frac{١}{٢}ه^{٣}+\frac{١}{٢}ه+\frac{١}{٢}ه}{ه}=\frac{١}{٢}ه^{٢}+\frac{١}{٢}$$

ج- إذا كان σ تجزئة منتظمة للفترة $[-٣،٨٧]$ وكانت النسبة بين العنصر السادس إلى العنصر العاشر ٢:١ جد عدد الفترات .

$$ل=\frac{٣+٨٧}{ن}=\frac{٩٠}{ن}$$
$$\frac{١}{٢}=\frac{س٥}{س٩}$$
$$\frac{١}{٢}=\frac{ا+٥ل}{ا+٩ل}$$
$$\frac{١}{٢}=\frac{-٣+٥ل}{-٣+٩ل}$$
$$-٦+٥ل=-٣+٩ل$$
$$ل=٣$$
$$\because ٣=\frac{٩٠}{ن}\Leftarrow ن=٣٠$$

السؤال الخامس :-

أ- استخدم تعريف التكامل المحدد لإيجاد $\int_{1}^{3}(3-2س)\,د س$.

$ن(س)=س^{2}-3س، س\in[1،3]$

$ل=\frac{ب-ا}{ن}=\frac{3-1}{ن}=\frac{2}{ن}$ -١

$س_ر=ا+ر\times\frac{ب-ا}{ن}$ -٢

$=1+ر\frac{2}{ن}$

$ن(س_ر)=3-2-ر\frac{4}{ن}=1-ر\frac{4}{ن}$ -٣

$\sigma_{ن}(ن،2)=\sum_{ر=1}^{ن-1}ر\frac{4}{ن}-\frac{2}{ن}$ -٤

$=\frac{2}{ن}\left[ن-\frac{4}{ن}\times\frac{ن(ن+1)}{2}\right]$

$=\frac{2}{ن}[ن-2ن-2]$

$=\frac{-2ن-4}{ن}$

$\therefore\int_{1}^{3}(3-2س)\,د س=\lim_{ن\to\infty}\frac{-2ن-4}{ن}=-2$

ب- ابحث قابلية التكامل للاقتران $ن(س)=\frac{(س+3)^{3}-64}{س-1}$ علي $[0،4]$.

$ن(س)$ غير متصل عند $س=1$

$ن(س)=\frac{((س+3)-4)((س+3)^{2}+4(س+3)+16)}{س-1}$

نفرض أن $هـ(س)=(س+3)^{2}+4(س+3)+16$

متصل علي $[0،4]$ كثير حدود

$\therefore$ هـ$(س)$ قابل للتكامل علي $[0،4]$

$\because ن(س)=$ هـ$(س)$ لجميع قيم $س\in[0،4]$ ما عدا $س=1$

$\therefore ن(س)$ قابل للتكامل علي $[0،4]$

ج- جد التكاملات الأتية :

١. $\int(5جاس+جتاس)^{-2}\,د س$

$\int\frac{1}{جتا^{2}س(5ظاس+1)^{2}}\,د س$

$\int\frac{قا^{2}س}{(5ظاس+1)^{2}}\,د س$

$ص=5ظاس+1$

$د ص=5قا^{2}س\,د س$

$د س=\frac{د ص}{5قا^{2}س}$

$\int\frac{قا^{2}س}{ص^{2}}\times\frac{د ص}{5قا^{2}س}$

$\frac{1}{5}\times\frac{ص^{-1}}{-1}+جـ$

$\frac{-1}{(5ظاس+5)}+جـ$

٢. $\int\frac{س جا^{2}س}{جتا^{3}س}\,د س$

$\int س\frac{جا^{2}س}{جتا^{2}س}\times\frac{1}{جتاس}\,د س$

$\int س ظا^{2}س قاس\,د س$

$ن=س$ $\quad د ع=ظا^{2}س قاس\,د س$

$د ن=د س$ $\quad ع=\frac{قا^{2}س}{2}$

$=\int س قا^{2}س\,د س-\frac{1}{2}$

$=\frac{س قا^{2}س}{2}-\frac{1}{2}ظاس+جـ$

السؤال السادس :-

أ- إذا كان $ن(س)$ اقترانا متصلاً في الفترة $[1،3]$ وكان $-5\le ن(س)\le 2$ بين أن

$8\le\int_{1}^{3}(2ن^{2}(س)+4)\,د س\le 10.8$

$-5\le ن(س)\le 2$

$0\le ن^{2}(س)\le 25$

$0\le 2ن^{2}(س)\le 50$

$4\le 2ن^{2}(س)+4\le 54$

$\int_{1}^{3}4\,د س\le\int_{1}^{3}(2ن^{2}(س)+4)\,د س\le\int_{1}^{3}54\,د س$

$8\le\int_{1}^{3}(2ن^{2}(س)+4)\,د س\le 10.8$

ب- استخدم طريقة جاوس لحل النظام $\quad 6س+3ص-ع=4$

$3س+4ع=-2$

$-3ص+3ع=-3$

$\begin{bmatrix}6&-1&3&4\\3&0&4&-2\\0&-3&3&-3\end{bmatrix}$

$-ص_{1}+2ص_{2}$

$\begin{bmatrix}6&-1&3&4\\0&-3&9&-8\\0&-3&3&-3\end{bmatrix}$

$-ص_{2}+ص_{3}$

$\begin{bmatrix}6&-1&3&4\\0&-3&9&-8\\0&0&-6&5\end{bmatrix}$

$-6ع=5$

$ع=-\frac{5}{6}$

$-3ص+9ع=-8$

$ص=\frac{1}{6}$

$6س+3ص-ع=4$

$س=\frac{4}{9}$

ج- أثبت أن $3\int_{0}^{2}\frac{س^{3}}{\sqrt{1+س^{3}}}\,د س+2\int_{0}^{2}\sqrt{1+س^{3}}\,د س=12$

$\int_{0}^{2}\frac{س^{3}}{\sqrt{1+س^{3}}}\,د س$

$\int س\times س^{2}\sqrt{1+س^{3}}\,د س$

$ن=س$ $\quad د ع=س^{2}(1+س^{3})^{-\frac{1}{2}}\,د س$

$د ن=د س$ $\quad ع=\frac{2}{3}(1+س^{3})^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{2}{3}س(1+س^{3})^{\frac{1}{2}}-\frac{2}{3}\int\sqrt{1+س^{3}}\,د س$

التعويض في المعادلة الأصلية

$2س\sqrt{1+س^{3}}\Big|_{0}^{2}-2\int_{0}^{2}\sqrt{1+س^{3}}\,د س+\int_{0}^{2}\sqrt{1+س^{3}}\,د س$

$4\sqrt{9}-0=4\times 3=12$

السؤال السابع :-

أ- جد التكاملات الأتية :

١. $\int\frac{لـو(س+2)}{\sqrt{س+2}}\,د س$.

$ص=\sqrt{س+2}$

$ص^{2}=س+2$

$2ص\,د ص=د س$

$\int\frac{لـو ص^{2}}{ص}\times 2ص\,د ص$

$\int 4لـو ص\,د ص$

$4\left(ص لـو ص-ص\right)+جـ$

$4\left(\sqrt{س+2}لـو\sqrt{س+2}-لـو\sqrt{س+2}\right)+جـ$

٢. $\int\frac{جا^{ن-2}س}{جتا^{ن}س}\,د س$

$\int\frac{جا^{ن-2}س}{جتا^{ن-2+2}س}\,د س=\int\frac{جا^{ن-2}س}{جتا^{ن-2}س}\times\frac{1}{جتا^{2}س}\,د س$

$=\int ظا^{ن-2}س قا^{2}س\,د س=\frac{ظا^{ن-1}س}{ن-1}+جـ$

ب- عند حل نظام من معادلتين خطيتين بطريقة كريمر وجد أن

$|س|_{ا}=\begin{bmatrix}9&10\\7&2\end{bmatrix}$

$|س|_{ا-2ص}=\begin{bmatrix}3&-11\\-2&-10\end{bmatrix}$

أوجد قيمة من المتغيرين $س،ص$

بالطرح

$3|ص|_{ا}=\begin{bmatrix}6&21\\9&12\end{bmatrix}$

$|ص|_{ا}=\begin{bmatrix}2&7\\3&4\end{bmatrix}$

بالتعويض في المعادلة ١

$|س|_{ا}=\begin{bmatrix}9&10\\7&2\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}7&2\\3&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&3\\-4&-2\end{bmatrix}$

$|ا|=\begin{bmatrix}2&3\\-4&-2\end{bmatrix}\Leftarrow|ا|=-4-9=-13$

$|س|=-14-12=-26$

$|ص|=-8-21=-13$

$س=\frac{-26}{-13}=2\quad ،\quad ص=\frac{-13}{-13}=1$

ج- إذا كان $ن(س)$ معرفاً ومحدداً في الفترة $[1،3]$ وكانت σ_{10} تجزئة منتظمة علي نفس الفترة بحيث $\sigma_{10}(ن،2)=19$ عندما $س^{*}_{ر}=س_ر$ وكان $\sigma_{10}(ن،2)=15$ عندما $س^{*}_{ر}=س_{ر-1}$

أوجد قيمة المقدار $ن(3)-ن(1)$

$ل=\frac{ب-ا}{ن}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

$\sigma_{ن}(ن،2)=\sum_{ر=1}^{ن}\frac{ب-ا}{ن}ن(س^{*}_{ر})$

$\frac{1}{5}[ن(س_{1})ن+ن(س_{2})+.....+ن(3)]=19$

$\frac{1}{5}[ن(1)ن+ن(س_{1})+.....+ن(س_{ن-1})]=15$

بالطرح

$\frac{1}{5}[ن(3)ن-ن(1)]=4$

$ن(3)-ن(1)=20$

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE
تعليم أفضل ... مستقبل واعد
www.up.edu.ps /upedups
up.edu.ps /upedups