مراجعات الثانوية العامة

للعام الدراسي 2021م - 2022م

الأحد 28 شوال 1443هـ 29 مايو/ أيّار Sunday 29 May 2022

مراجعات مبحث / الرياضيات (الفرع العلمي) **إعداد المدرس/ سليم عبد الرملاوي (مدرسة فلسطين الثانوية للبنين)**

امتحان الكتاب الأول

القسم الأول يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عليها

السؤال الأول / يتكون من 15 فقرة اختيار من متعدد

١. إذا كان ن(س) = (س − أ)^{٢} + ٢س يحقق رول في الفترة [٥،١] فإن قيمة أ ؟

أ) ٤ ب) ٥ ج) ٣ د) ١

٢. ن(س) = (٨ + س^{٣})(٢ − س)(٦٤ + س^{٦})(٤ + س^{٢} + ٢س) فإن ن′(−١) ؟

أ) −١٢ ب) ١٢ ج) ١١ د) −١١

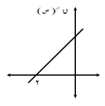
٣. يتحرك جسم علي خط مستقيم حسب العلاقة ف (ن) = ٨ن − ٥ن^{٢} بحيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني فما قيمة ن التي يكون عندها التسارع الجسم تساوي خمسة أمثال سرعته ؟

أ) ١ ب) $\frac{٣}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{٥}{٢}$

٤. إذا كان ن(س) كثير حدود وكانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{ن(س)-١}{س-١}$ = ٦ فما قيمة $\lim_{س \to ١}$ $\frac{ن(س)-س}{لو س}$ ؟

أ) صفر ب) ٥ ج) ٦ د) ٧

٥. الشكل المجاور يمثل منحنى ن′(س) للاقتران ن(س) إذا علمت أن ن′(−٥) = ن′(١) = ٠ فما الفترة التي يكون فيها ن(س) متناقص؟



أ) [−٥،١] ب)]−∞،−٥] ج) [١،∞[د) ع − [−٥،١]

٦. إذا كان المستقيم ص = ٣ ١س − ٧ يمس منحنى الاقتران ن(س) = س^{٣} + بس^{٢} عند س = ١ فأوجد ب ؟

أ) ١،٥ ب) −١،٥ ج) −٥،١ د) ٥

٧. ن(س) = س^{٢} − ٣٢ لو س فما عدد النقط الحرجة لـ ن(س) علي مجاله ؟

أ) صفر ب) ١ ج) ٢ د) ٣

٨. إذا كان ن(س) كثير حدود وكان ن′(س$_{١}$) − ن′(س$_{٢}$) > صفر ∀س$_{١}$ < س$_{٢}$ حيث س$_{١}$،س$_{٢}$ ∈ ع فإن؟

أ) ن(س)متزايد علي ع ب) ن(س)متناقص علي ع

ج) ن(س)مقعر للأسفل علي ع د) ن(س)مقعر للأعلى علي ع

٩. إذا كانت ص = هـ^{س} فما قيم الثابت أ التي تحقق المعادلة ص″ − ٥ص′ + ٦ص = ٠ ؟

أ) ٣،٢ ب) −٢،−٣ ج) ٢،٣ د) ٠،−٢،−٣

١٠. س = جام ، ص = جتام فإن $\frac{د ص}{د س}$ ؟

أ) $\frac{س}{ص}$ ب) $-\frac{س}{ص}$ ج) $\frac{ص}{س}$ د) س ص

١١. إذا كان ن(س) اقتراناً متصلاً ومتناقصاً علي الفترة [٤،١] فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة دائماً؟

أ) ن(٢) > ن(٣) ب) ن(٢) > ن(٣) ج) ن(٢) = ن(٣) د) ن′(٢) = ن′(٣)

١٢. الاقتران ن(س) متصل علي ع ، ن(٣) = ٧، ن′(٣) = ٠، ن″(٣) = −٤ فإن إحدى العبارات الآتية صحيحة ؟

أ) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى محلية ب) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى محلية

ج) عند س = ٣ توجد قيمة عظمى مطلقة د) عند س = ٣ توجد قيمة صغرى مطلقة

١٣. ن(س) = س^{٣} ، هـ(س) = $\frac{ب}{٢س-١}$ ، س ≠ $\frac{١}{٢}$ ، ب > صفر وكان (ن ○ هـ)′(١) = −٨٤ فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

١٤. إذا كان ن^{٢} ($\sqrt{٢س}$ + ١) = ٥س^{٢} − ١ فما قيمة ن′(٢) علماً بأن ن(س) > ٠ ؟

أ) ٥ ب) ١٠ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ١٠

١٥. إذا كان ن(س) كثير حدود له نقطة حرجة عند س = ب ، س ≠ ب ، وكانت ن″(س) = ٣ب^{٢} − س^{٢} فماذا تمثل النقطة (ب،ن(ب)) ؟

أ) نقطة انعطاف ب) نقطة صغرى محلية

ج) عظمى محلية د) انعطاف أفقي

السؤال الثاني :-

١) إذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س^{٢} + أس & ١ \geq س < ٢ \\ س^{٣} - ٦س + ب & ٢ \geq س \geq ٣ \end{cases}$ يحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة علي [١،٣] جد :

أ- الثابتين أ،ب

ب- جد قيمة / قيم جـ التي تعينها النظرية

أ- ن(س) متصل عند س = ٢

٤ + ٢أ = ٨ − ١٢ + ب

٤ + ٢أ = −٤ + ب

٢أ − ب = −٨ ← ١

هـ′(س) = $\begin{cases} ٢س + أ & ١ < س < ٢ \\ ٣س^{٢} - ٦ & ٢ < س < ٣ \end{cases}$

ن(٢)$^{-}$ = ن(٢)$^{+}$

٤ + أ = ١٢ − ٦ ⇐ ٤ + أ = ٦

أ = ٢

بالتعويض في معادلة ١

٢أ − ب = −٨

٢ × ٢ − ب = −٨ ⇐ ٤ − ب = −٨

ب = ١٢

امتحان الكتاب الأول/ القسم الثاني

يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك الإجابة على سؤالين

السؤال الرابع :-

١) ن(س) = ٢س + ٣ ، ن(س) + ك(س) = (ن ○ ك)(س) أوجد $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك(س) - ك(٢)}{س - ٢}$.

---

٢) إذا كان ن(س) = جا^{٢}س − $\frac{١}{٢}$ جتا٢س ، س ∈]٠،π[أوجد :

أ- فترات التقعر للأعلى وللأسفل لـ ن(س) .

ب- نقاط الانعطاف وزوايا الانعطاف للاقتران ن(س).

ن(س) = جا^{٢}س − $\frac{١}{٢}$ جتا٢س

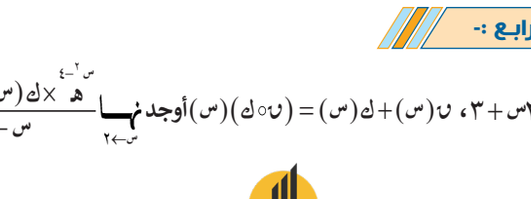
ن′(س) = ٢جاس جتاس + $\frac{١}{٢}$ × ٢جا٢س

ن′(س) = جا٢س + جا٢س

ن′(س) = ٢جا٢س

أ-]٠، $\frac{π}{٤}$[∪] $\frac{π٣}{٤}$ ، π[ن(س) مقعر للأعلى

] $\frac{π}{٤}$ ، $\frac{π٣}{٤}$ [ن(س) مقعر للأسفل



ب- نقاط الانعطاف

ن(س) = ٠ ⇐ ٤جتا٢س = ٠

س = $\frac{π}{٤}$

ن($\frac{π}{٤}$) = جا^{٢}($\frac{π}{٤}$) − $\frac{١}{٢}$ جتا٢($\frac{π}{٤}$) = $\frac{١}{٢}$ ⇐ ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{π}{٤}$)

ن($\frac{π٣}{٤}$) = جا^{٢}($\frac{π٣}{٤}$) − $\frac{١}{٢}$ جتا٢($\frac{π٣}{٤}$) = $\frac{١}{٢}$ ⇐ ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{π٣}{٤}$)

زوايا الانعطاف

ظاهـ = ن′($\frac{π}{٤}$) = ٢جا^{٢}($\frac{π}{٤}$) = ٢ ⇐ هـ = ٦٣

ظاهـ = ن′($\frac{π٣}{٤}$) = ٢جا^{٢}($\frac{π٣}{٤}$) = −٢ ⇐ هـ = ١١٧

---

١) قذف جسم رأسياً للأعلى من سطح برج بحيث ارتفاعه من البرج ف بالأمتار يعطى بالعلاقة ف = ٢٠ن − ٥ن^{٢} فإذا كان أقصي ارتفاع وصل إليه الجسم عن سطح الأرض يساوي ٨٠م أوجد :

أ- ارتفاع البرج .

ب- سرعة الجسم عندما يكون علي ارتفاع ٣٥م من سطح الأرض.

ج- المسافة المقطوعة خلال الثواني الخمس الأولى .

ف = ٢٠ن − ٥ن^{٢}

أقصى ارتفاع عن سطح الأرض = ٨٠م

ع = ٢٠ − ١٠ن ، عند أقصى ارتفاع ع = ٠ ⇐ ٢٠ = ١٠ن ⇐ ن = ٢

ف(٢) = (٢٠ × ٢) − (٥ × ٤) ⇐ ٤٠ − ٢٠ = ٢٠م

أ- ∴ طول البرج = ٨٠ − ٢٠ = ٦٠م

ب- عندما يكون الجسم علي ارتفاع ٣٥م من سطح الارض يكون هابط

٦٠ − ٣٥ = ٢٥ ∴ ف(ن) = −٢٥

٢٠ن − ٥ن^{٢} = −٢٥ بالقسمة علي ٥

٤ن − ن^{٢} = −٥ ⇐ ن^{٢} − ٤ن − ٥ = ٠

(ن − ٥)(ن + ١) = ٠

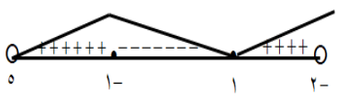
ن = ٥ ، ن = −١ مرفوض

ع(٥) = ٢٠ − (١٠ × ٥) = −٣٠م/ث

ج- ف(المقطوعة) = ٢ × اقصى ارتفاع − ف(٥)

ف(ن) = (٢٠ × ٢) − (١٠٠ − ١٢٥)

= ٤٠ + ٢٥ = ٦٥م



القيم الصغرى المحلية

ن(١) = صفر مطلقة

ن(−٢) = صفر مطلقة

القيم العظمى المحلية

ن(−١) = ١ × ٤ = ٤

ن(٥) = ٧ × ١٦ = ١١٢ وهي مطلقة

السؤال الثالث :-

ن(س) = ٢س + ٣ ⇐ ن(٢) = ٤ + ٣ = ٧

ن′(س) = ٢ ⇐ ن′(٢) = ٢

ن(٢) + ك(٢) = ن(ك(٢))

٧ + ك(٢) = ٢ك(٢) + ٣ ⇐ ك(٢) = ٤

ن′(س) + ك′(س) = ن′(ك(س)) × ك′(س)

ن′(٢) + ك′(٢) = ن′(ك(٢)) × ك′(٢)

٢ = ٢ك′(٢) − ك′(٢)

٢ = ك′(٢)

$\lim_{س \to ٢}$ $\frac{هـ^{س^{٢}-٤} \times ك′(س) - ك(س) \times ٢س \, هـ^{س^{٢}-٤}}{١}$

= $\frac{هـ^{٠} \times ك′(٢) - ك(٢) \times ٢ \times ٢ \times هـ^{٠}}{١}$

= $\frac{١ \times ٢ \times ٢ \times ٤ - ١ \times ٢ \times ٢}{١}$ = ١٦ + ٢ = ١٨

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE

طريقك لمستقبل واعد

www.up.edu.ps

YouTube /upedups

٢) جد معادلة العمودي علي المماس لمنحنى العلاقة $(س+٢ص)^{٣}-٤س+٦ص=٤٣$ عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $٦ص=٩-٣س$.

$٦ص+٣س=٩$ بالقسمة علي ٣

$٢ص+س=٣$ نعوض في معادلة المنحنى

$٢٧-٤س+٩-٣س=٤٣$

$-٧س+٣٦=٤٣$

$-٧س=٧ \Leftarrow س=-١$

بالتعويض في معادلة المستقيم

$٦ص=٩-٣\times-١ \Leftarrow ص=٢$ نقطة التقاطع $(-١،٢)$

نشتق معادلة العلاقة لإيجاد الميل

$٣(س+٢ص)^{٢}\times(١+٢ص')-٤+٦ص'=٠$

$٣\times٩(١+٢ص')-٤+٦ص'=٠ \Leftarrow ص'=\frac{-٢٣}{٦٠}$

معادلة العمودي $(ص-٢)=\frac{٦٠}{٣٢}(٢س+١)$

السؤال الخامس :

١) إذا كانت $ص=اجتا(لـو_هـ س)+بجا(لـو_هـ س)$

أثبت أن $س^{٢}\frac{د^{٢}ص}{دس^{٢}}+س\frac{دص}{دس}+ص=٠$.

$ص'=-اجا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}+بجتا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}$

$س ص'=-اجا(لـو_هـ س)+بجتا(لـو_هـ س)$

$س ص''+ص'=-اجتا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}-بجا(لـو_هـ س)\times\frac{١}{س}$

$س ص''+س ص'=-اجتا(لـو_هـ س)-بجا(لـو_هـ س)$

$س^{٢}ص''+س ص'=-ص$

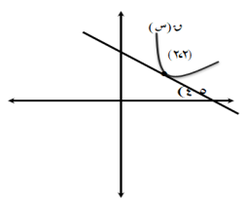
$س^{٢}ص''+س ص'+ص=٠$

---

٢) إذا كان $ن(س^{٣}-٣)=\frac{هـ^{٢}(س)}{ل(س)}$ ، $ل(س)\neq٠$ وكانت معادلة العمودي علي المماس لمنحنى $هـ(س)$ عند $س=٢$ هي $٣س-٦ص=١٢$

وكان منحنى $ل(س)$ كما في الشكل المجاور

جد $ن'(٥)$.



$هـ(س)$	$ل(س)$
$٣\times٢-٦ص=١٢$	$ل(٢)=٢$
$-٦ص=٦$	$ل'(٢)=-١$
$هـ(٢)=-١$	
$هـ'(٢)=-٢$	

نشتق

$ن'(س^{٣}-٣)\times٣س^{٢}=\frac{ل(س)\times٢هـ(س)\times هـ'(س)-هـ^{٢}(س)\times ل'(س)}{ل^{٢}(س)}$

عندما $س=٢$

$ن'(٢)\times١٢=\frac{ل(٢)\times٢هـ(٢)\times هـ'(٢)-هـ^{٢}(٢)\times ل'(٢)}{ل^{٢}(٢)}$

$ن'(٢)\times١٢=\frac{٢\times٢\times-١\times-٢-١\times-١}{٤}$

$ن'(٢)=\frac{٣}{١٦}$

السؤال السادس :

١) إذا علمت أن $ن(س)=س+هـ^{٣}(س)$ وكان متوسط تغير $هـ(س)$ في $[١،٣]$ يساوي ٦

احسب متوسط تغير $ن(س)$ في نفس الفترة

علماً بأن $هـ(٣)\times هـ(١)=٥$ ، $هـ^{٢}(٣)+هـ^{٢}(١)=١١$.

$\frac{\Delta هـ(س)}{\Delta س}=\frac{هـ(٣)-هـ(١)}{٢}=٦$

$هـ(٣)-هـ(١)=١٢ \leftarrow ١$

$\frac{\Delta ن(س)}{\Delta س}=\frac{ن(٣)-ن(١)}{٢}$

$=\frac{(٣+هـ^{٣}(٣))-(١+هـ^{٣}(١))}{٢}$

$=\frac{٢+هـ^{٣}(٣)-هـ^{٣}(١)}{٢}$

$=\frac{٢+(هـ(٣)-هـ(١))(هـ^{٢}(٣)+هـ(٣)هـ(١)+هـ^{٢}(١))}{٢}$

$=\frac{٢+(٢)(١٢)(٥+١١)}{٢}=٩٧$

---

٢) $ن(س)$ كثير حدود من الدرجة الثانية يمر منحناه بنقطة الاصل ويحقق شروط نظرية رول علي الفترة $[٠،٤]$ إذا كانت القيمة الصغرى للاقتران $ن(س)$ في هذه الفترة تساوى -٤

جد قاعدة الاقتران $ن(س)$.

$ن(س)=اس^{٢}+بس+جـ$

$ن(٠)=٠ \Leftarrow جـ=٠$

$\therefore ن(س)$ يحقق رول في الفترة $[٠،٤]$

$ن(٠)=ن(٤)$

$٠=١٦ا+٤ب$

$\therefore ب=-٤ا$

$ن(س)=اس^{٢}-٤اس$

$ن'(س)=٢اس-٤ا$

$س=٢$

$ن(٢)=-٤$

$ن(٢)=٤ا-٨ا=-٤$

$-٤ا=-٤ \Leftarrow ا=١$

$\therefore ب=-٤$

$\therefore ن(س)=س^{٢}-٤س$

السؤال السابع :

١) $ن(س)$ كثير حدود معرف $[١،٣]$ يقع في الربع الرابع ومتزايد علي مجاله وكان $هـ(س)=١٠-س^{٢}$ معرفاً علي $[١،٣]$،

جد مجالات التزايد والتناقص للاقتران $ل(س)=(هـ(س)\times ن(س))^{٢}$ علي نفس الفترة.

$ن(س)>٠$ $ن'(س)>٠$

$هـ(س)>٠$ $هـ'(س)>٠$ في الفترة $[١،٣]$

$ل'(س)=٢(هـ(س)\times ن(س))(هـ(س)\times ن'(س)+ن(س)\times هـ'(س))$

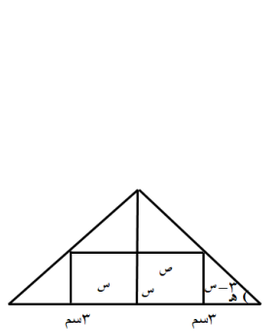
$ل'(س)=٢(+\times+)((+\times+)+(+\times-))$

$+\times-=-<٠$

$\therefore ل(س)$ متناقص علي $[١،٣]$

---

٢) مثلث متساوي الساقين طول قاعدته ٦سم وارتفاعه ٨سم يراد رسم مستطيل داخله بحيث يقع رأسان منه على قاعدة المثلث ويقع كل من الرأسين الأخرين على ساقي المثلث أوجد أبعاد المستطيل لتكون مساحته أكبر ما يمكن.



$م=٢س ص \leftarrow ١$

$ظاهـ=\frac{ص}{٣-س}=\frac{٨}{٣}$

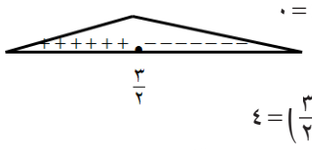
$ص=\frac{٨}{٣}(٣-س)$ التعويض في ١

$م=\frac{١٦}{٣}(٣س-س^{٢})$

$م'=\frac{١٦}{٣}(٣-٢س)$

$\frac{١٦}{٣}(٣-٢س)=٠$

$س=\frac{٣}{٢}$



$ص=\frac{٨}{٣}(\frac{٣}{٢}-٣)=٤$

ابعاد المستطيل $=٢س=٢\times\frac{٣}{٢}=٣$ سم

$ص=٤$ سم

امتحان الكتاب الثاني/ القسم الأول

يتكون من ثلاثة أسئلة وعلى المشترك أن يجيب عليها

السؤال الأول : يتكون من 15 فقرة اختيار من متعدد

١. إذا كان العنصر الخامس في تجزئة نونية منتظمة للفترة $[٢،١٢]$ يساوي $\frac{١٤}{٣}$ فما عدد الفترات التجزئة ؟

أ) ١٠ ب) ١١ ج) ١٢ د) ١٣

٢. ما ناتج $\int_{ا}^{ب} قتا^{٢}س\,ق ظتا^{٢}س\,دس$ ؟

أ) $\frac{ظاس-ظتاس+جـ}{ظاس ظتاس+جـ}$ ب) ظاس+ظتاس+جـ

ج) ظاس ظتاس+جـ د) ظاس+ظتاس+س+جـ

٣. إذا كان $\begin{vmatrix} ا & ٢ب \\ جـ & ٤ \end{vmatrix}=٦$ أوجد $\begin{vmatrix} ٣جـ & ٣٤ \\ ا & ب \end{vmatrix}$ ؟

أ) -٦ ب) -٩ ج) ٣ د) ٩

٤. إذا كان $ن(س)$ معرف علي الفترة $[١،٣]$ وكان $ن'(س)=١+\frac{٢+٤+٦+---+٢ن}{ن^{٢}-٢ن}$ جد $\int_{١}^{٣} ن(س)\,دس$ ؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١ د) -١

٥. إذا كان $\int \frac{س}{س+جاس}\,دس=ق(س)$ فما هو $\int \frac{جاس}{س+جاس}\,دس$ ؟

أ) $س ق(س)+جـ$ ب) $س-ق(س)+جـ$ ج) $\frac{س}{ق(س)}+جـ$ د) $\frac{ق(س)}{س}+جـ$

٦. إذا كانت س من الرتبة ن وكان $|س^{-١}|=\frac{١}{٩}$ ، $|\frac{٢}{٣}س|=\frac{١٦}{٩}$ فما قيمة ن ؟

أ) ١ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

٧. إذا كان $-٩ \geq ن(س) \geq -٣$ ، $س \in [٢،٦]$ ، $ق \geq |٥+ن(س)|\,دس$ فما قيمة $ق^{٢}$ علي الترتيب ؟

أ) ١٦٠ ب) ١٦٠ ج) -١٢٠ د) ١٢٠٦

٨. إذا كانت $ا،ب،جـ،د،هـ$ مصفوفات بحيث $ا\times ب=جـ+هـ\times د$ وكانت ا من الرتبة ٢×٣ والمصفوفة د من الرتبة ٧×٥ فإن رتبة المصفوفة هـ هي؟

أ) ٣×٥ ب) ٢×٥ ج) ٣×٧ د) ٢×٧

٩. $\int \frac{(٤س^{٢}-٤س+١)^{٧}}{(٢س-١)^{٢}}\,دس$ ؟

أ) $\frac{(٢س-١)^{١٣}}{١٣}+جـ$ ب) $\frac{(س-١)^{١٣}}{٢٦}+جـ$ ج) $\frac{(٢س-١)^{١٣}}{٢٦}+جـ$ د) $\frac{(٢س-١)^{٨}}{١٦}+جـ$

١٠. عند حل النظام من معادلتين خطيتين متغيرين بطريقة كريمر وجد أن $|اس\ ٠\ (١٢)^{-١}|=٨$، $|٤اص|=|اس|$ جد قيمة ص؟

أ) -٢ ب) ٢ ج) ٤ د) -٤

١١. إذا كان $\int_{١}^{٥}(ن(س)+٢)\,دس=٣$، $\int_{١}^{٣} ن(س)\,دس=٦$ أوجد $\int_{٤}^{٦} ن(س-١)\,دس$ ؟

أ) صفر ب) ٦ ج) -١١ د) -٢

١٢. معتمداً علي الشكل المجاور فإن $\int_{ا}^{جـ}(ن-هـ)(س)\,دس$ ؟

أ) ٣ ب) -٣ ج) ١٣ د) -١٣

١٣. إذا كان $\int ٢س\,لـو_{هـ} س\,دس=س^{٢}\,لـو_{هـ} س-\int ٤دس$ فما قيمة ع ؟

أ) $لـو_{هـ} س\,دس$ ب) $س^{٢}\,دس$ ج) $س\,دس$ د) $س\,لـو_{هـ} س\,دس$

١٤. إذا كان $\int_{ا}^{لـوب} هـ^{٣س}\,دس=\frac{٣}{٢}$ فما قيمة الثابت ب ؟

أ) ٢ ب) -٢،٢ ج) ١ د) هـ

١٥. إذا كان $ن(س)$ اقتراناً قابلاً للتكامل علي $[٠،٦]$ فإن احدي العبارات التالية صحيحة؟

أ) $\int_{ا}^{ب} ن(ص)\,دص=س-جتاس$ ب) $\int_{ا}^{ب} ن(ص)\,دص=س-جتاس-١$

ج) $\int_{ا}^{ب} ن(ص)\,دص=س-جتاس+١$ د) $\int_{ا}^{ب} ن(ص)\,دص=س-جتاس+٣$

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE
طريقك لمستقبل واعد
www.up.edu.ps
YouTube /upedups

السؤال الثاني :

١) استخدم تعريف التكامل المحدود في إيجاد $\int_{١}^{٣} س\left(١-\frac{٣}{س}\right) ﻫس$.

$\int_{١}^{٣} س\left(١-\frac{٣}{س}\right) ﻫس$

ق(س) = س − ٣ [١،٣]

$س_ر = ا + \frac{ب-ا}{ن} \times ر$

$= ١ + \frac{٢}{ن} ر$

$ق(س_ر) = ١ + \frac{٢}{ن} ر - ٣$

$= \frac{٢}{ن} ر - ٢$

$ق(ن، \sigma_ن) = \frac{٢}{ن}\left[\frac{٢}{ن} \times \frac{ن(ن+١)}{٢} - ٢ن\right]$

$= \frac{-٢ن + ١ + ن}{ن}$

$\int_{١}^{٣} (س - ٣) ﻫس = \lim_{ن \to \infty} \frac{-٢ن + ١ + ن}{ن} = -٢$

---

٢) إذا كانت $ا = \begin{bmatrix} ٥ & ٢- \\ ٣- & ٤ \end{bmatrix}$ ، $ب = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix}$ حل المعادلة $ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١} = ٢ص + ب$.

$ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ٢- \\ ٣ & ٤ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix}$

$ا^{-١}(س^{-١}ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}$ بالضرب ا من اليمين

$(س^{-١}ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١ & ١- \\ ٤ & ٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٥ & ٣- \\ ٤ & ٢- \end{bmatrix}$

$(س^{-١}ب)^{-١} = \begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}$

ب $س^{-١}$ $= \begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}$ بالضرب ب من اليمين

$س = \begin{bmatrix} ١٧- & ٧- \\ ١٨ & ١٤ \end{bmatrix}\begin{bmatrix} ٢- & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix}$

---

٣) جد $\int_{ظاس}^{ا} قا^{٢}س \, هـ^{ص} ﻫس$.

$ص = ا ظاس$

$ص^{٢} = ظاس$

$٢ص ﻫص = قا^{٢}س ﻫس$

$ﻫس = \frac{٢ص}{قا^{٢}س} ﻫص$

$\int قا^{٢}س \, هـ^{ص} \times \frac{٢ص}{قا^{٢}س} ﻫص$

$\int ٢ص \, هـ^{ص} ﻫص$

$ن = ٢ص \qquad ﻫع = هـ^{ص} ﻫص$

$ﻫن = ٢ﻫص \qquad ع = هـ^{ص}$

$= ٢ص هـ^{ص} - ٢هـ^{ص} + جـ$

$= ٢ ا ظاس \, هـ^{ظاس} - ٢ هـ^{ظاس} + جـ$

السؤال الثالث:

١) إذا كان $ت(س) = \begin{cases} ٢س^{٢} + ٢جـس & ٢ \geq س \geq ٣ \\ ا س - ب & ٣ < س \geq ٥ \end{cases}$ هو الاقتران المكامل للاقتران ن(س)

المتصل على [٢،٥] جد :

أ- قيم ا،ب،جـ .

ب- $\int_{٢}^{٤} ن(س) ﻫس$.

أ) $ت(٢) = ٠$

$٢ \times ٤ + ٤جـ = ٠$

$٤جـ = -٨$

$جـ = -٢$

ت(س) متصل عند س = −٢

$\lim_{س \to ٣^{+}} ت(س) = \lim_{س \to ٣^{-}} ت(س)$

$١٢ - ١٨ = ب ٣ -$

$٦ = ب ٣ - \Leftarrow ١$

$ت'(س) = ن(س)$

$= \begin{cases} ٤س + ٢جـ & ٢ < س < ٣ \\ ا & ٣ < س < ٥ \end{cases}$

$ت'(٣^{+}) = ت'(٣^{-})$

$ا = ١٢ - ٤ = ٨$ بالتعويض في ١

$٢٤ - ب = ٦$

$ب = ٢٤ - ٦ = ١٨$

ب) $\int_{٢}^{٤} ن(س) ﻫس = ت(٢) - ت(٢)$

$٨ \times ٤ - ١٨ = ٠ = ١٤$

---

٢) حل النظام الاتي باستخدام طريقة جاوس $س - ص + ع = ٦$ ، $س + ٢ص + ع = ٣$ ، $٢س + ص - ع = ٠$.

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ١ & ٢ & ١ \\ ٢ & ١ & ١- \end{bmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣ \\ ٠ \end{vmatrix} - ص_{١} + ص_{٢}$

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ٠ & ٣ & ٠ \\ ٢ & ٣- & ٠ \end{bmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣- \\ ١٢- \end{vmatrix} - ص_{٢} + ص_{٣}$

$\begin{bmatrix} ١ & ١- & ١ \\ ٠ & ٣ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ٩- \end{vmatrix} \begin{vmatrix} ٦ \\ ٣- \\ ٩- \end{vmatrix}$

$ع = ٣ \qquad ص = -١ \qquad س + ١ + ٣ = ٦ \Leftarrow س = ٢$

$-٤ع = -٩ \qquad ٣ص = -٣ \qquad س - ص + ع = ٦$

---

٣) جد التكاملات الاتية :

أ- $\int ظتاس \, لـو_{هـ} جاس ﻫس$

ب- $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}} ﻫس$

أ- $ص = لـو_{هـ} جاس$

$\frac{ﻫص}{ﻫس} = \frac{جتاس}{جاس}$

$\frac{ﻫص}{ﻫس} = ظتاس$

$ﻫس = \frac{ﻫص}{ظتاس}$

$\int ظتاس \, لـو_{هـ} ص \frac{ﻫص}{ظتاس}$

$\int لـو_{هـ} ص ﻫص$

$= ص لـو_{هـ} ص - ص + جـ$

$= لـو_{هـ} جاس \, لـو_{هـ} جاس - لـو_{هـ} جاس + جـ$

ب- $\int \frac{(س^{٣} - س)^{٥}}{س^{١٨}} ﻫس$

$\int \frac{(س^{٢} - ١)^{٥}}{س^{١٣}} ﻫس$

$\int \frac{(س^{٢} - ١)^{٥}}{(س^{٢})^{٥}} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

$\int \left(\frac{س^{٢} - ١}{س^{٢}}\right)^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

$\int (١ - س^{-٢})^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} ﻫس$

$ص = ١ - س^{-٢}$

$ﻫص = ٢س^{-٣} ﻫس$

$ﻫس = \frac{ﻫص}{٢س^{-٣}}$

$\int ص^{٥} \times \frac{١}{س^{٣}} \times \frac{س^{٣}}{٢} ﻫص$

$\frac{١}{٢} \frac{ص^{٦}}{٦} + جـ$

$\frac{١}{١٢}\left(١ - \frac{١}{س^{٢}}\right) + جـ$

امتحان الكتاب الثاني/ القسم الثاني

يتكون من أربعة أسئلة وعلى المشترك الإجابة على سؤالين

السؤال الرابع:

١) إذا كان $ن'(س) = ا س - ٣س^{٢}$ فجد قاعدة الاقتران ن(س) علماً بأن المستقيم $٢س = ٣ - ٢ص$ عمودي على مماس منحنى الاقتران ن(س) عند النقطة $(-١، ن(-١))$.

$٢ \times -١ = ١ - ٣ - ٢ص$

$-٢ - ٣ = -٢ص$

$ص = \frac{٥}{٢}$

$ن(-١) = \frac{٥}{٢}$

$ن'(-١) = ١+$

$ن(-١) = -ا - ٣ = ١$

$-ا = ٤ \Leftarrow ا = -٤$

$ن'(س) = -٤س - ٣س^{٢}$

$ن(س) = \int (-٤س - ٣س^{٢}) ﻫس$

$ن(س) = -٢س^{٢} - س^{٣} + جـ$

$= \frac{٥}{٢} - ٢ + ١ + جـ$

$\frac{٥}{٢} + ١ = جـ \Leftarrow جـ = \frac{٧}{٢}$

$ن(س) = -٢س^{٢} - س^{٣} + \frac{٧}{٢}$

---

٢) باستخدام خصائص المحدد أثبت أن $\begin{vmatrix} س+ص & ع+س & ص+ع \\ ٢ع & ٢ص & ٢س \\ ا٣ & ا٣ & ا٣ \end{vmatrix}$ = صفر .

نأخذ عامل مشترك ٢ من $ص_{٢}$ ، ا٣ من $ص_{٣}$

$\begin{vmatrix} س+ص & ع+س & ص+ع \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix} ص_{٢} + ص_{١}$

$\begin{vmatrix} س+ص+ع & س+ص+ع & س+ص+ع \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$

$(س+ص+ع)\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ع & ص & س \\ ١ & ١ & ١ \end{vmatrix}$ = صفر

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE
طريقك لمستقبل واعد
www.up.edu.ps
YouTube /upedups

٣) جد $\int س\sqrt{س^{٤}+س^{٨}}\,د س$ ، $س>٠$.

$\int س^{٣}\sqrt{١+س^{٤}}\,د س$

$ص=\sqrt{١+س^{٤}}$

$ص^{٢}=١+س^{٤}$

$٢ص\,د ص=٤س^{٣}\,د س$

$\int س^{٣}ص\times\frac{ص\,د ص}{٢س^{٣}}$

$\frac{١}{٢}\int ص^{٢}\,د ص$

$=\frac{١}{٢}\frac{ص^{٣}}{٣}+ج$

$=\frac{\left(\sqrt{١+س^{٤}}\right)^{٣}}{٦}+ج$

السؤال الخامس :-

١) عند حل نظام من معادلتين بطريقة كريمر وجد أن $\text{اس}+\text{اص}=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}$ ،

$\text{اس}-٢\text{اص}=\begin{bmatrix}٣ & ١١-\\ ٢- & ١٠-\end{bmatrix}$ فما قيمة س،ص.

$\text{اس}+\text{اص}=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}$ ← ١

$\text{اس}+٢\text{اص}=\begin{bmatrix}٣ & ١١-\\ ٢- & ١٠-\end{bmatrix}$ ← ٢

بالطرح

$٣\text{اص}=\begin{bmatrix}٦ & ٢١\\ ٩ & ١٢\end{bmatrix}$

$\text{اص}=\begin{bmatrix}٢ & ٧\\ ٣ & ٤\end{bmatrix}$ بالتعويض في ١

$\text{اس}=\begin{bmatrix}٩ & ١٠\\ ٧ & ٢\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٢ & ٧\\ ٣ & ٤\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}٧ & ٣\\ ٤ & ٢-\end{bmatrix}$

$\text{ا}=\begin{bmatrix}٢ & ٣\\ ٣ & ٢-\end{bmatrix}\Leftarrow|\text{ا}|=-٤-٩=-١٣$

$|\text{اس}|=-١٤+١٢=-٢٦$

$|\text{اص}|=-٨+٢١=-١٣$

$س=\frac{|\text{اس}|}{|\text{ا}|}=\frac{-٢٦}{-١٣}=٢$ ، $ص=\frac{|\text{اص}|}{|\text{ا}|}=\frac{-١٣}{-١٣}=١$

---

٢) جد $\int\frac{\text{لـو}_{\text{ه}}س}{س^{٢}+٢س+١}\,د س$.

$ن=\text{لـو}_{\text{ه}}س$ ، $د ع=(س+١)^{-٢}\,د س$

$د ن=\frac{١}{س}د س$ ، $ع=\frac{(س+١)^{-١}}{-١}$

$\int\frac{\text{لـو}_{\text{ه}}س}{س^{٢}+٢س+١}\,د س=-\frac{\text{لـو}_{\text{ه}}س}{(س+١)}+\int\frac{١}{س(س+١)}\,د س$ ← ١

$\frac{١}{س(س+١)}=\frac{\text{ا}}{س}+\frac{\text{ب}}{س+١}$

عندما س=صفر

$\text{ا}=١$

عندما س=-١

$\text{ب}=-١$

بالتعويض في ١

$=-\frac{\text{لـو}_{\text{ه}}س}{(س+١)}+\int\frac{١}{س}\,د س+\int\frac{-١}{س+١}\,د س$

$=-\frac{\text{لـو}_{\text{ه}}س}{س+١}+\text{لـو}_{\text{ه}}|س|-\text{لـو}_{\text{ه}}|س+١|+ج$

٣) إذا كانت σ تجزئة منتظمة للفترة $[\text{ا}،٩]$ وكان العنصر الثامن فيها يساوي $\frac{٣٢}{٣}$ وكان $س_{٢}+س_{٩}=\frac{٤٩}{٣}$ فما قيمة كل من ا،ن .

$ل=\frac{ب-\text{ا}}{ن}=\frac{١٩-\text{ا}}{ن}$

$\frac{٣٢}{٣}=\text{ا}+٧ل$ ← ١

$س٢+س٩=\frac{٤٩}{٣}$

$\text{ا}+٢ل+\text{ا}+٩ل=\frac{٤٩}{٣}$

$\text{ا}+١١ل=\frac{٤٩}{٣}$ ← ٢

يضرب ١ في ٢

$٢\text{ا}+٤٤ل=\frac{٦٤}{٣}$

$-٢\text{ا}-٢٢ل=-\frac{٤٩}{٣}$

$٣ل=٥$ $ل=\frac{٥}{٣}$

$\text{ا}=\frac{٣٢}{٣}-\frac{٣٥}{٣}$

$\text{ا}=-١$

بالتعويض في ل

$ن=١٢$

السؤال السادس :-

١) من نقطة على ارتفاع ٨٠م من سطح الأرض قذف جسم رأسياً للأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ١٢٥م/ث ويتسارع -١٠م/ث^{٢} فإذا كان أقصى وصل إليه الجسم علي سطح الأرض يساوي ١٢٥م أوجد ا .

ع(٠) = ا ، ت = -١٠

$ع=\int-١٠\,د ن$

$ع=-١٠ن+ج_{١}$

$\text{ا}=-١٠\times٠+ج_{١}$

$ج=\text{ا}$

$ع=-١٠ن+\text{ا}$

$ف=\int(-١٠ن+\text{ا})\,د ن$

$ف=-٥ن^{٢}+\text{ا}ن+ج_{٢}$

$ف=-٥ن^{٢}+\text{ا}ن$

$ف=-١٢٥+٨٠=٤٥$

$٤٥=-٥ن^{٢}+\text{ا}ن$ ← ١

نضع ع = ٠

$٠=-١٠ن+\text{ا}$

$\text{ا}=١٠ن$ بالتعويض في ١

$٤٥=-٥ن^{٢}+١٠ن^{٢}$

$٤٥=+٥ن^{٢}$

$ن^{٢}=٩\Leftarrow ن=٣$

$\therefore \text{ا}=١٠\times٣=٣٠$

---

٢) حل المعادلة المصفوفة $س\begin{bmatrix}١ & ٦\\ ٥ & ٧\end{bmatrix}-٣س=\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}=س\left(\begin{bmatrix}١ & ٦\\ ٥ & ٧\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}٠ & ٣\\ ٣ & ٠\end{bmatrix}\right)$

$\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}=س\begin{bmatrix}١ & ٣\\ ٢ & ٧\end{bmatrix}$

$س=\frac{١}{٧-٦}\begin{bmatrix}٢ & ١-\\ ٣ & ٧-\end{bmatrix}\begin{bmatrix}٨\\ ١٠\end{bmatrix}$

$س=-\begin{bmatrix}٦ & ٦\\ ٢٦- & ٢٦\end{bmatrix}$

---

٣) ابحث في قابلية التكامل للاقتران $ن(س)=\frac{(س+٣)^{٣}-٦٤}{س-١}$ علي $[٤،٠]$.

ن(س) غير متصل عند س = ١

$ن(س)=\frac{((س+٣)-٤)((س+٣)^{٢}+٤(س+٣)+١٦)}{(س-١)}$

نفرض أن

$ه(س)=(س+٣)^{٢}+٤(س+٣)+١٦$ متصل علي $[٤،٠]$ لأنه كثير حدود

$\therefore$ ه(س) قابل للتكامل علي $[٤،٠]$

$\therefore ن(س)=ه(س)$ لجميع قيم س $\in[٤،٠]$ ما عدا عند س = ١

$\therefore$ ن(س) قابل للتكامل علي $[٤،٠]$

السؤال السابع :-

١) احسب مساحة المنطقة المحصورة بين المنحنين $ن(س)=س^{٣}$ ، $ه(س)=٢س-س^{٢}$.

إيجاد نقط التقاطع

ن(س) = ه(س)

$س^{٣}=٢س-س^{٢}$

$س^{٣}+س^{٢}-٢س=٠$

$س(س^{٢}+س-٢)=٠$

$س=٠$ $(س+٢)(س-١)=٠$

$س=-٢،س=١$

$\text{م}=\int_{-٢}^{٠}\left(س^{٣}-(٢س-س^{٢})\right)د س+\int_{٠}^{١}\left(٢س-س^{٢}-س^{٣}\right)د س$

$=|-٢.٤|+٢.٧$

$٢.٧+٠.٤=٣.١$ وحدة مربعة

---

٢) إذا كان ن$'$(س) يقع في الربع الأول $\frac{\text{هـ}}{ن'(س)}>٠$ ، $\forall$س $\in[٢،١]$ أثبت أن

$\int_{١}^{٢}\left(-ن(س)+\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}س}{ن'(س)}\right)د س>$ صفر .

ن$'$(س) > ٠ ن(س) < ٠

لـو$_{\text{هـ}}$س > ٠ في $[٢،١]$

$-ن(س)<٠$ ، $\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}س}{ن'(س)}=\frac{+}{+}>٠$

$\therefore -ن(س)+\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}س}{ن'(س)}>٠$

$\therefore \int_{١}^{٢}\left(-ن(س)+\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}س}{ن'(س)}\right)د س>٠$

$\therefore \int_{١}^{٢}\left(-ن(س)+\frac{\text{لـو}_{\text{هـ}}س}{ن'(س)}\right)د س>٠$

---

٣) جد س التي تجعل $\frac{١}{٢}\begin{vmatrix}١٧ & ٢-\\ س & ٢\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}٢ & ٢س & ١-\\ ٠ & ١- & ٤\\ ٢ & س & ١\end{vmatrix}$.

فك المحدد من العمود الثالث

$\frac{١}{٢}(-٢س-٣٤)=٢\begin{vmatrix}٤ & ١-\\ ١ & س\end{vmatrix}+٢\begin{vmatrix}٢س & ١-\\ ١- & ٤\end{vmatrix}$

$٢(٤س+١)+٢(١-٨س)=-س-١٧$

$٨س+٢+٢-١٦س+س=-١٧$

$-٧س+٤=-١٧$

$-٧س=-٢١\Leftarrow س=٣$

جامعة فلسطين UNIVERSITY OF PALESTINE
طريقك لمستقبل واعد
www.up.edu.ps
YouTube /upedups